



מודלים לאמידת מספר המניות שניזוקו בהקשר לאמידת נזק בתביעות ייצוגיות



אהרון (רוני) עפר אודי לבקוביץ

רו"ח אודי לבקוביץ הוא דוקטורנט בפקולטה לניהול ע"ש קולר באוניברסיטת תל אביב. בעל תואר שני במנהל עסקים (MBA) ותואר ראשון בחשבונאות וכלכלה, שניהם מאוניברסיטת תל אביב. עבודת הדוקטורט שלו עוסקת במבנה הון של חברות ביטוח, ובמנגנונים המיושמים על ידי חברות אלו על מנת להגן על איתנותן הפיננסית. מלמד קורסי מימון מתקדמים באוניברסיטאות בישראל ובחו"ל, מיעץ לוועדות השקעה של הפקולטה, ובעברו שימש כמנהל במחלקה הכלכלית של Deloitte ישראל.

פרופ' אהרון (רוני) עפר הוא פרופסור אמריטוס בפקולטה לניהול ע"ש קולר באוניברסיטת תל אביב. פרופסור מן המניין ב-Kellogg School of Management ב-Northwestern University ובעל PhD בכלכלה ומימון מ-University of Pennsylvania. פרסם מאמרים רבים בכתבי עת בין-לאומיים מובילים כגון Journal of Financial Economics, Review of Financial Studies, Journal of Finance, Journal of Financial Research, ועוד. שימש ומשמש כיו"ר ועדות השקעה בגופים מוסדיים ופרטיים בארץ שמנהלות במצטבר מיליארדי ש"ח. בין השאר שימש כיו"ר ועדת ההשקעות של קרנות האוניברסיטה, מיעץ לחברות ולגופים פיננסיים מובילים במשק, ומשמש כמומחה כלכלי בתביעות בעלות היבטים כלכליים-מימוניים מורכבים, ובהן תביעות ייצוגיות ונזרות. במסגרת עבודות אלו יישם מודלים שונים של הערכות נזק.

תקציר

בעוד שחישוב מלוא הנזק שנגרם לבעלי המניות בשל הטעיה או עוולה יכול להיות מחושב בדרך ישירה ופשוטה יחסית (כגון שימוש במבחן אירוע), חישוב כמות המניות הזכאיות לפיצוי בגין נזק זה הוא אתגר משמעותי יותר. במאמר זה אנו מציגים שני מודלים: מודל ה-PTM (Proportionate Trading Model) הבסיסי, ומודל ה-ATM (Accelerated Trading Model) המתקדם. בזמן שהנחת הבסיס במודל ה-PTM היא שכל אחת ממניות החברה שומינה למסחר ביום מסחר נתון כלשהו היא בעלת סיכוי זהה להיסחר, הנחת הבסיס במודל ה-ATM היא שלמניה שכבר נסחרה בעבר יש סיכוי גבוה יותר להיסחר שוב ביחס למניה שלא נסחרה בעבר. לכאורה מודל ה-ATM מצריך אומדנים רבים יותר (דוגמת ה-TLR – Turnover Likelihood Ratio), אך במודל ה-PTM גלומה הנחה סמויה ושרירותית לגבי כך ש- $TLR=1$. לכן אנו סבורים שמודל ה-ATM הוא מציאותי יותר, בעל דרגות חופש גבוהות יותר, ומחייב התייחסות מפורשת להנחות – ועל כן שהשימוש בו עדיף על פני שימוש ב-PTM.

הקדמה

אתגר משמעותי בתהליך אמידת הנזק שנגרם לבעלי המניות במסגרת תביעות ייצוגיות הוא הערכת מספר המניות שניזוקו. הגישה הרווחת לאומדן הנזק הכולל שנגרם לבעלי המניות, במונחי 100%, היא שימוש במתודולוגיית מבחן אירוע (Event Study) לזיהוי התשואה העודפת (Abnormal Return) של המניה סביב מועד הגילוי על ההטעיה או העוולה שנגרמה לבעלי המניות (ראו לדוגמה את חנס וקלמנט, 2013). תשואה עודפת זו מוכפלת בשווי השוק של החברה בסמוך לפני מועד הגילוי, וכך נאמד סכום הנזק הכולל שנגרם לבעלי המניות. אולם לא כל בעלי המניות זכאים לפיצוי בגין נזק זה. המניות הזכאיות לפיצוי הן רק המניות שנרכשו במהלך תקופת ההטעיה, כאשר מחיר המניה היה גבוה משווייה האמיתי בשל ההטעיה או העוולה, והוחזקו עד למועד הגילוי, בו צנח מחיר המניה חזרה אל שוויה האמיתי. בשל מגבלות מידע לא ניתן לזהות במדויק את המניות הללו, ולכן עם השנים פותחו מודלים לאמידת כמות המניות הזכאיות לפיצוי. במאמר זה אנו סוקרים שני מודלים לאמידת כמות המניות הזכאיות לפיצוי, תוך התבססות על (Furbush and Smith, Koslow (1991), (1993), (McCann and I, Simmons and Hoyt (1993), (Hsu (1998):

1. מודל ה-PTM (Proportionate Trading Model).
2. מודל ה-ATM (Accelerated Trading Model), שהוא מודל מתקדם יותר.

נציין כבר עתה שמודל ה-PTM הוא מקרה פרטי של מודל ה-ATM.

אמידת הנזק הכולל שנגרם (במונחי 100%) ואפיון המניות הנכללות בקבוצת הנזק

השיטה הרווחת לאמידת נזק שנגרם לבעלי מניות במסגרת תביעה ייצוגית היא שיטת חסרון הכיס המקורבת שמציגים חנס וקלמנט (2013). גישה זו היא גישת אקס-פוסט, כלומר גישה שמתמקדת במועד הגילוי לצורך אומדן הנזק (ולא במועד הרכישה של נייר הערך). בקצרה, נהוג להשתמש במבחן אירוע (Event Study) לצורך אמידת התשואה העודפת (Abnormal Return) של המניה סביב מועד הגילוי, כאשר תשואה עודפת

מובהקת מיוחסת לגילוי ההטעיה.¹ הנזק, במונחי 100%, מחושב על ידי הכפלת התשואה העודפת בשווי השוק של החברה בסמוך למועד הגילוי. לדוגמה, נניח שמבחן האירוע מראה שהתשואה העודפת המובהקת של מניית החברה, שמיוחסת לגילוי ההטעיה, עומדת על 5%- (תשואה שלילית), וכן כי שווי השוק של החברה בסמוך למועד הגילוי עמד על 750 מיליון ש"ח. בהתאם, הנזק שנגרם לבעלי המניות, במונחי 100%, ייאמד ב-37.5 מיליון ש"ח ($750 \times (-5\%) = 37.5$).

אולם לא כל בעלי המניות של החברה משתייכים לקבוצת הנזק – הקבוצה הזכאית לפיצוי בגין הנזק שנגרם להם. הספרות מחלקת את בעלי המניות בסמוך למועד הגילוי לארבע קבוצות, כאשר רק אחת מהן נכללת בקבוצת הנזק. לצורך ההסבר נשתמש באיור 1, המציג חלוקה של ציר הזמן לשלוש תקופות. תקופה א' היא התקופה שלפני ההטעיה. תקופה ב' היא תקופת ההטעיה, התקופה שבה מניית החברה נסחרת על בסיס מידע שגוי (למשל, בשל דוחות כספיים לא נכונים או הסתרת מידע רלוונטי מבעלי המניות של החברה). תקופה זו מתחילה במועד תחילת ההטעיה, שהוא גם סיומה של תקופה א'. תקופה ג' היא התקופה שלאחר הגילוי. היא מתחילה במועד הגילוי, שבו המידע הרלוונטי והנכון מתגלה לבעלי המניות.

קבוצה 1 מורכבת מבעלי מניות שקנו את מניותיהם בתקופה א', לפני מועד תחילת ההטעיה, והחזיקו במניותיהם עד לתקופה ג', התקופה שלאחר מועד הגילוי. מכיוון שבעלי מניות אלו קנו את מניותיהם על בסיס מידע נכון שלא כלל הטעיה, והחזיקו את מניותיהם עד לאחר מועד הגילוי, הטענה היא שהם לא ניזוקו מההטעיה, ולכן אינם זכאים לפיצוי כלשהו. גם חברי קבוצה 2, שקנו את מניותיהם בתקופה א', לפני מועד תחילת ההטעיה, ומכרו את מניותיהם בתקופה ב', שהיא תקופת ההטעיה, לא זכאים לפיצוי כלשהו. זאת מכיוון שהם קנו את מניותיהם על בסיס מידע נכון, ומכרו אותן על בסיס מידע מוטעה שהטה את מחיר מניותיהם כלפי מעלה. למעשה, ניתן לטעון שחברי קבוצה 2 לא רק שלא ניזוקו מההטעיה – אלא הרוויחו ממנה. חברי קבוצה 3 הם קבוצת בעלי המניות שקנו את מניותיהם בתקופה ב', תקופת ההטעיה, במחיר שהיה מוטעה כלפי מעלה בשל ההטעיה, והחזיקו במניותיהם עד לתקופה ג', התקופה שלאחר הגילוי, תוך שהם סופגים

¹ זאת בהנחה שאין אירוע מזהם (Contaminating event) סביב מועד הגילוי, שחלק כלשהו מהתשואה העודפת יכול להיות מיוחס גם אליו. אם זהו המצב, יש להפעיל שיקול דעת ולבחון את נסיבות המקרה הספציפי.



מודל ה-PTM (Proportionate trading model)

מודל ה-PTM (Proportionate Trading Model) הוא המודל הבסיסי לאמידת כמות המניות הכלולות בקבוצת הנזק. הנחת הבסיס של מודל ה-PTM היא שכל אחת ממניות החברה שזמינה למסחר ביום מסחר נתון כלשהו היא בעלת סיכוי זהה להיסחר. כלומר, אם מניה מסוימת נסחרה אתמול, ההסתברות שאותה מניה תיסחר שוב היום שווה לשיעור המניות הזמינות למסחר שנסחרו היום מתוך סך המניות הזמינות למסחר. לדוגמה, אם 300,000 מניות היו זמינות למסחר היום, ובפועל נסחרו 3,000 מניות, הנחת המודל היא ש-1% ($\frac{3,000}{300,000} = 1\%$) מהמניות שנסחרו אתמול נסחרו שוב היום.

אנו מדגימים את יישום מודל ה-PTM בטבלה 1, ומניחים 10 ימי מסחר בתקופת ההטעיה ו-1,000 מניות זמינות למסחר. מחזור המסחר היומי עומד על 100 מניות בכל יום מסחר. עמודות (1) ו-(2) מציגות את המספר הסידורי של יום המסחר ואת כמות המניות הזמינות למסחר בכל יום, בהתאמה. עמודה (3) מציגה את יתרת הפתיחה של כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת. ביום המסחר הראשון, יתרת פתיחה זו עומדת על 0. עמודה (4) מציגה את שיעור המניות שנסחרו לפחות פעם אחת, המחושב על ידי חלוקת יתרת הפתיחה של מניות שנסחרו לפחות פעם אחת (עמודה 3) במספר המניות הזמינות למסחר (עמודה 2). הונח שמחזור המסחר היומי היה 100 מניות, כפי שמופיע בעמודה (5). עמודה (6) מציגה את כמות המניות הנסחרות לראשונה בכל יום מסחר, כמות זאת מחושבת על ידי הכפלת מחזור המסחר היומי (עמודה 5), ב-1 פחות שיעור המניות שנסחרו לפחות פעם אחת (עמודה 4).

את ירידת המחיר של המניה בעקבות גילוי ההטעיה. הם נכללים בקבוצת הנזק, והם בעלי המניות שהיו זכאים לפיצוי בגין הנזק שנגרם להם. קבוצה 4 מורכבת מבעלי מניות שקנו ומכרו את מניותיהם במהלך תקופה ב', תקופת ההטעיה. בספרות המקצועית בעלי מניות אלו מכונים in-and-out. מכיון שהם קנו ומכרו את מניותיהם על בסיס מידע מוטעה, שהטה את מחיר המניה כלפי מעלה, הטענה היא שגם הם אינם זכאים לפיצוי כלשהו.

הקושי העיקרי שעיינו מתמודדים המודלים לאמידת מספר המניות שניזוקו הוא הפרדת המניות של חברי קבוצה 4, מניות ה-in-and-out, ממניותיהם של חברי קבוצה 3 – קבוצת הנזק. נמחיש את האמור באמצעות דוגמה מספרית. נניח כי תקופת ההטעיה נמשכה 10 ימים, כאשר בכל יום הייתה עסקה אחת שבה נסחרה מניה אחת. כלומר, לאורך תקופת ההטעיה כולה נסחרו בסך הכול 10 מניות. אם בכל יום נסחרה מניה אחת של החברה, אז בסמוך למועד הגילוי קבוצה 3 כוללת 10 מניות, שכן 10 מניות נרכשו במהלך תקופת ההטעיה והוחזקו עד למועד הגילוי. מנגד, אם מדובר באותה מניה ספציפית שנסחרה בכל אחד מעשרת ימי תקופת ההטעיה, אז בסמוך למועד הגילוי קבוצה 3 כוללת מניה אחת בלבד, מכיון שבתרחיש זה היו במהלך תקופת ההטעיה 9 עסקאות של in-and-out, ורק בעל המניות שקנה את המניה ביום העשירי והאחרון של תקופת ההטעיה זכאי לפיצוי.

בשל מגבלות טכניות שונות, ספירה מדויקת של מספר המניות הכלולות בקבוצת הנזק היא לא מעשית כאשר מדובר בחברה ציבורית עם אלפי (או יותר) בעלי מניות. לכן מודלים שונים לאמידת כמות המניות הכלולות בקבוצת הנזק הם שימושיים ביותר.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
יום מסחר	מניות זמינות למסחר	מניות שנסחרו לפחות פעם אחת - יתרת פתיחה	שיעור מניות שנסחרו לפחות פעם אחת	מחזור מסחר יומי (כמות מניות)	מניות שנסחרו לראשונה	מניות שנסחרו לפחות פעם אחת - יתרת סגירה
1	1,000	—	0.00%	100	100	100
2	1,000	100	10.00%	100	90	190
3	1,000	190	19.00%	100	81	271
4	1,000	271	27.10%	100	73	344
5	1,000	344	34.39%	100	66	410
6	1,000	410	40.95%	100	59	469
7	1,000	469	46.86%	100	53	522
8	1,000	522	52.17%	100	48	570
9	1,000	570	56.95%	100	43	613
10	1,000	613	61.26%	100	39	651

יש טענה שהנחת הבסיס במודל ה-PTM, שלפיה לכל המניות יש סיכוי שווה להיסחר ביום מסחר מסוים, בין אם הן כבר נסחרו בעבר ובין אם לא, היא אינה סבירה. לכן לאורך השנים בוצעו שיפורים למודל ה-PTM.

לבסוף, עמודה (7) מציגה את יתרת הסגירה של כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת ושנכללות בקבוצת הנוזק. יתרת סגירה זו מחושבת על ידי חיבור יתרת הפתיחה (עמודה 3) עם כמות המניות שנסחרו לראשונה (עמודה 6).

מודל ה-ATM (Accelerated Trading Model)

מודל ה-ATM (Accelerated Trading Model) מניח שלמניה שכבר נסחרה בעבר יש סיכוי גבוה יותר להיסחר שוב ביחס למניה שלא נסחרה בעבר. למעשה, מודל ה-ATM מניח שההסתברות שמניה שכבר נסחרה בעבר תיסחר שוב ביום מסחר נתון כלשהו היא גבוהה מההסתברות שמניה שלא נסחרה בעבר תיסחר ביום מסחר נתון כלשהו. מודל ה-ATM מניח שהיחס בין ההסתברויות האמורות הוא קבוע לאורך כל תקופת ההטעיה (לדוגמה: הנחה כי לאורך כל תקופת ההטעיה ההסתברות של מניה שכבר נסחרה בעבר להיסחר שוב ביום מסחר נתון כלשהו היא גבוהה פי 5 מההסתברות של מניה שלא נסחרה בעבר להיסחר ביום מסחר נתון כלשהו). מודל ה-ATM עדיף על מודל ה-PTM מכיוון שהוא מציאותי יותר: בשוק קיימים משקיעים רבים שנוקטים בגישת השקעה פסיבית של החזקת מניות לאורך זמן, לצד משקיעים שנוקטים בגישת השקעה אקטיבית של מכירת וקניית

לשם הדוגמה נתמקד ביום המסחר השלישי. בתחילת יום זה כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת עומדת על 190 מניות. לכן בתחילת יום המסחר שיעור המניות שנסחרו לפחות פעם אחת מתוך כל המניות הזמינות למסחר עומד על $19.00\% = \frac{190}{1,000}$. כאמור, מודל ה-PTM מניח הסתברות שווה לכל מניה להיסחר ביום מסחר נתון כלשהו, ולכן מתוך 100 המניות שנסחרות ביום המסחר השלישי, הנחת המודל היא כי 19 מהמניות כבר נסחרו לפחות פעם אחת בעבר. בהתאם, כמות המניות שנסחרות לראשונה ביום המסחר השלישי הן 81 מניות (עמודה 6). אותן 81 מניות מצטרפות אל יתרת הפתיחה שמדווחת בעמודה (3), ולכן יתרת הסגירה בסוף יום המסחר השלישי של מניות שנסחרו לפחות פעם אחת עומדת על 271 מניות (עמודה 7). עוד ניתן לראות בעמודה (7) כי כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת בסוף יום המסחר העשירי עומדת על 651 מניות, למרות שלאורך התקופה כולה נסחרו בסך הכל 1,000 מניות (100 מניות ביום, כפול 10 ימי מסחר). הפער בין שני מספרים אלו, 349 מניות, מייצג את מניות ה-in-and-out בתקופה, שהן מניות שנסחרו יותר מפעם אחת אך איננו רוצים להביאן בחשבון יותר מפעם אחת.

מניות. לכן כשמניה מסוימת כבר נסחרה פעם אחת, ישנה סבירות גבוהה יחסית שהיא הגיעה לידיו של משקיע אקטיבי, שיסחר בה שוב תוך פרק זמן קצר. מנגד, ניתן להניח שמניות שטרם נסחרו נמצאות בידיהם של משקיעים פסיביים, ולכן הסבירות שמניות אלו תיסחרנה נמוכה יותר לעומת מניות שנמצאות בידי משקיע אקטיבי.

כדי להדגים את יישום מודל ה-ATM נגדיר מספר משתנים. כמות המניות הזמינה למסחר ביום מסחר מסוים תסומן ב- S_{Float}^2 . כמות מניות זו מתפצלת לשניים: מניות שכבר נסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה (S_{Traded}), ומניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה ($S_{Untraded}$). בתחילת היום הראשון של תקופת ההטעיה כל המניות נמצאות בקבוצת המניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה. לאחר שמניה נסחרת בפעם הראשונה במהלך תקופת ההטעיה, היא עוברת מקבוצת המניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה אל קבוצת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה, ונשארת בה עד לסוף תקופת ההטעיה. נפח המסחר ביום מסוים, הנמדד בכמות המניות שנסחרו באותו יום, מסומן ב- V_{Total} . נפח מסחר זה נחלק גם הוא לשניים: מניות שכבר נסחרו פעם אחת לפחות במהלך תקופת ההטעיה וכעת נסחרות שוב ($V_{Retraded}$), ומניות שנסחרות בפעם הראשונה במהלך תקופת ההטעיה ($V_{Newly Traded}$). בצורה מתמטית נכתוב זאת כך:

$$(1) V_{Total} = V_{Retraded} + V_{Newly Traded}$$

מחזור המניות שנסחרות בפעם הראשונה במהלך תקופת ההטעיה, $V_{Newly Traded}$, מגדיל את יתרת המניות שכבר נסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה, S_{Traded} , על חשבון הקטנת יתרת המניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה, $S_{Untraded}$. כלומר, הגדלים של קבוצת ה- S_{Traded} וקבוצת ה- $S_{Untraded}$ משתנים בכל יום לאורך תקופת ההטעיה, כאשר מניות שנסחרות בפעם הראשונה במהלך תקופת ההטעיה, $V_{Newly Traded}$, עוברות מקבוצת ה- $S_{Untraded}$ אל קבוצת ה- S_{Traded} . אם תקופת ההטעיה תהיה ארוכה מספיק, ואם מחזורי המסחר יהיה גבוהים מספיק, אז לקראת סוף תקופת ההטעיה מרבית המניות הזמינות למסחר תשתייכנה לקבוצת ה- S_{Traded} .

2 נציין כי זו אמורה להיות "הסחורה הצפה" (Float) של מניות החברה. במציאות, כמות מניות זו יכולה להשתנות מיום ליום בעקבות הנפקת מניות או רכישה חוזרת של מניות, החזקות בעלי עניין וכדומה. אולם מטעמי פשטות אנו מניחים בדוגמאות שכמות מניות זו היא קבועה.

נניח שנבחר באופן אקראי מניה אחת מתוך כמות המניות הזמינה למסחר ביום מסוים. הסיכוי של מניה זו להיסחר באותו יום הוא היחס בין מחזור המסחר הכולל באותו יום מסחר, V_{Total} , לבין כמות המניות הזמינה למסחר באותו יום מסחר, S_{Float} . יחס זה מכונה Turnover Likelihood. מבחינה מתמטית, נכתוב זאת כך:

$$(2) TurnoverLikelihood_{Average} = \frac{V_{Total}}{S_{Float}}$$

באופן דומה, הסיכוי של מניה שנסחרה לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה להיסחר במהלך יום המסחר הוא היחס בין מחזור המניות שכבר נסחרו פעם אחת לפחות במהלך תקופת ההטעיה, $V_{Retraded}$, לבין יתרת המניות שכבר נסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה, S_{Traded} . הסיכוי של מניה שטרם נסחרה במהלך תקופת ההטעיה להיסחר במהלך יום המסחר הוא היחס בין מחזור המניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה, $V_{Newly Traded}$, לבין יתרת המניות שטרם נסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה, $S_{Untraded}$. בצורה מתמטית נכתוב זאת כך:

$$(3) TurnoverLikelihood_{Traded Shares} = \frac{V_{Retraded}}{S_{Traded}}$$

$$(4) TurnoverLikelihood_{Untraded Shares} = \frac{V_{Newly Traded}}{S_{Untraded}}$$

מודל ה-ATM מניח שהיחס בין ה-Turnover Likelihood של המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה לבין ה-Turnover Likelihood של המניות שטרם נסחרו במהלך תקופת ההטעיה הוא קבוע לאורך כל תקופת ההטעיה. יחס זה מכונה Turnover Likelihood Ratio, או TLR. מבחינה מתמטית נכתוב:

$$(5) \frac{TurnoverLikelihood_{Traded Shares}}{TurnoverLikelihood_{Untraded Shares}} = \frac{V_{Retraded} / S_{Traded}}{V_{Newly Traded} / S_{Untraded}}$$

ננסה להמחיש את הרעיון מאחורי ה-TLR באמצעות דוגמה מספרית שאינה מהעולם הפיננסי. נניח שידוע לנו שכלכלנים נוהגים לנסוע ברכבת הקלה פי חמישה מאנשים שאינם כלכלנים. בנוסף, ידוע לנו שאוכלוסיית העיר כולה עומדת על 10,000 אנשים, וששיעור הכלכלנים באוכלוסייה עומד על 10% בלבד (כלומר בעיר 1,000 כלכלנים). בבוקר של יום מסוים נכנסנו לקרון הרכבת הקלה ומצאנו שיש בו 100 אנשים. מהי ההערכה הסבירה למספר הכלכלנים מתוך 100 אנשים אלו? מחשבה אינטואיטיבית, אך שגויה, תהיה לחלק

$$(7) V_{Retraded} = \frac{TLR \times S_{Traded}}{S_{Untraded} + TLR \times S_{Traded}} \times V_{Total}$$

$$(8) V_{Newly Traded} = \frac{S_{Untraded}}{S_{Untraded} + TLR \times S_{Traded}} \times V_{Total}$$

כמה תובנות עולות ממשוואות (7) ו-(8). ראשית, בתחילת תקופת ההטעיה, כאשר קבוצת המניות שכבר נסחרו לפחות פעם אחת (S_{Traded}) שואפת לאפס, כמעט כל מחזור המסחר מיוחס למניות שנסחרות בפעם הראשונה בתקופת ההטעיה ($V_{Newly Traded}$). בהתאם, אוכלוסיית המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה (S_{Traded}) גדלה במהירות בתחילת תקופת ההטעיה. בהמשך, כאשר מספר המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה (S_{Traded}) מתקרב למספר המניות הזמינות למסחר (S_{Float}), מחזור המסחר המיוחס למניות שנסחרות בפעם הראשונה בתקופת ההטעיה ($V_{Newly Traded}$) שואף לאפס. שנית, כל עוד קיימות מניות שלא נסחרו במהלך תקופת ההטעיה, מחזור המסחר של מניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה ($V_{Retraded}$) יהיה קטן ממחזור המסחר הכולל (V_{Total}). כלומר, קבוצת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה תמשיך ותגדל לאורך תקופת ההטעיה כל עוד קבוצת המניות שלא נסחרו במהלך תקופת ההטעיה תהיה גדולה מאפס ($S_{Untraded} > 0$). לכן החסם העליון של קבוצת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה היא כמות המניות הזמינות למסחר ($S_{Float} \geq S_{Retraded}$).

דוגמה מספרית של מודל ה-ATM מוצגת בטבלה 2. בזהה לדוגמה הקודמת, גם כאן אנו מניחים כי כמות המניות הזמינות למסחר בכל יום עומדת על 1,000 מניות, וכי מחזור המסחר היומי עומד על 100 מניות בסך הכול. עוד לצורך הדוגמה הנחנו באופן שרירותי כי $TLR = 5$. כלומר, הנחנו שהסיכוי של מניה שכבר נסחרה במהלך תקופת ההטעיה להיסחר ביום מסחר נתון כלשהו גדול פי חמישה מהסיכוי של מניה שטרם נסחרה במהלך תקופת ההטעיה להיסחר ביום מסחר נתון כלשהו. ביום המסחר הראשון כל מחזור המסחר מיוחס למניות שנסחרות בפעם הראשונה במהלך תקופת ההטעיה, ובהתאם בסוף יום המסחר הראשון קבוצת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת בתקופת ההטעיה עומדת על 100 מניות (עמודה 6).

את 100 האנשים ל-83.33 כלכלנים ו-16.67 לא כלכלנים, מכיוון שהיחס בין 83.33 ל-16.67 עומד בדיוק על 5. אולם חישוב זה אינו נכון מפני שחובה עלינו להביא בחשבון גם את גודל האוכלוסיות. מכיוון שאוכלוסיית הכלכלנים מהווה רק 10% מהאוכלוסייה הכוללת, עלינו להביא זאת בחשבון בעת הערכת מספר הכלכלנים מתוך 100 האנשים שעל הרכבת. אם מספר הכלכלנים יסומן ב- x , חישוב מספר הכלכלנים יבוצע באמצעות המשוואה הבאה:

$$(6) \frac{x}{1,000} = 5 \times \frac{100-x}{9,000}$$

במילים פשוטות, שיעור הכלכלנים בקרן הרכבת מתוך סך אוכלוסיית הכלכלנים, שעומדת על 1,000 אנשים, גדול פי חמישה משיעור הלא כלכלנים בקרן הרכבת מתוך אוכלוסיית הלא כלכלנים, שעומדת על 9,000 אנשים. פתרון משוואה (6) יביא אותנו ל-35.71 כלכלנים ו-64.29 לא כלכלנים בקרן הרכבת. תוצאה זו אינה אינטואיטיבית, אבל אלו המספרים המשתקפים מהנחתנו, שלפיה כלכלנים נוהגים לנסוע ברכבת הקלה פי חמישה מאנשים שאינם כלכלנים – שהיא בעצם זהה להנחת ה- TLR במודל ה- ATM . במילים אחרות, בדוגמה לעיל הנחנו TLR שעומד על 5. הבדל נוסף וקריטי בין הדוגמה לעיל לבין מודל ה- ATM הוא העובדה שבמודל ה- ATM גודל האוכלוסיות משתנה בכל יום. כלומר, בעוד שבדוגמה שלנו לא סביר להניח ששיעור הכלכלנים באוכלוסייה ישתנה בכל יום, במודל ה- ATM הגודל של האוכלוסיות משתנה מדי יום, כאשר מניות שנסחרות לראשונה עוברות מאוכלוסיית ה- $S_{Untraded}$ לאוכלוסיית ה- S_{Traded} . כעת נשוב אל מודל ה- ATM .

כאמור, ה- TLR מונח כמספר קבוע כלשהו, בהתאם להערכתנו באשר ליחס בין ההסתברויות של מניות משתי הקבוצות השונות להיסחר ביום מסחר נתון כלשהו. המשתנים $V_{Retraded}$ ו- $V_{Newly Traded}$, שסכומם מהווה את מחזור המסחר הכולל ביום מסוים, אינם ידועים. המשתנים S_{Traded} ו- $S_{Untraded}$ ידועים ביום המסחר הראשון של תקופת ההטעיה, שבו $S_{Untraded} = S_{Float}$ ו- $S_{Traded} = 0$. ערכיהם של משתנים אלו הולכים ומתפתחים לאורך תקופת ההטעיה כאשר מניות עוברות מקבוצת ה- $S_{Untraded}$ אל קבוצת ה- S_{Traded} .

על ידי הצבת משוואה (1) במשוואה (5), נוכל להגיע אל שתי המשוואות הבאות:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
יום מסחר	מחזור מסחר יומי (כמות מניות)	V_{Total}	S_{Float}	$V_{Retraded}$	$V_{Newly Traded}$	S_{Traded}	$S_{Untraded}$		TLR
1	100	1,000	—	100	100	100	900		
2	100	1,000	36	64	164	836		0.07	5.00
3	100	1,000	50	50	215	785		0.06	5.00
4	100	1,000	58	42	257	743		0.05	5.00
5	100	1,000	63	37	294	706		0.05	5.00
6	100	1,000	68	32	326	674		0.05	5.00
7	100	1,000	71	29	355	645		0.04	5.00
8	100	1,000	73	27	382	618		0.04	5.00
9	100	1,000	76	24	406	594		0.04	5.00
10	100	1,000	77	23	429	571		0.04	5.00

(עמודה 8), מחושב על ידי חלוקת מחזור המסחר של המניות שנסחרו בפעם השנייה או יותר (עמודה 4) בכמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת בתקופת ההטעיה (עמודה 6). נדגיש כי כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת בתקופת ההטעיה היא יתרת הפתיחה, ולכן הערך בעמודה (6) נלקח משורה 1 ולא משורה 2 בטבלה (כלומר עלינו להביא בחשבון 100 מניות כפי שמופיע בשורה 1, ולא 164 מניות כפי שמופיע בשורה 2). ה-Turnover Likelihood של המניות שנסחרות לראשונה במהלך תקופת ההטעיה (עמודה 9), מחושב על ידי חלוקת מחזור המסחר של המניות הנסחרות בפעם הראשונה בתקופת ההטעיה (עמודה 5) ביתרת הפתיחה של קבוצת המניות שלא נסחרו במהלך תקופת ההטעיה (עמודה 7). היחס בין ה-Turnover Likelihood של המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה לבין ה-Turnover

נתמקד כעת ביום המסחר השני. כמות המניות הנסחרות בפעם השנייה או יותר בתקופת ההטעיה (עמודה 4), מחושבת תוך שימוש במשוואה (7):

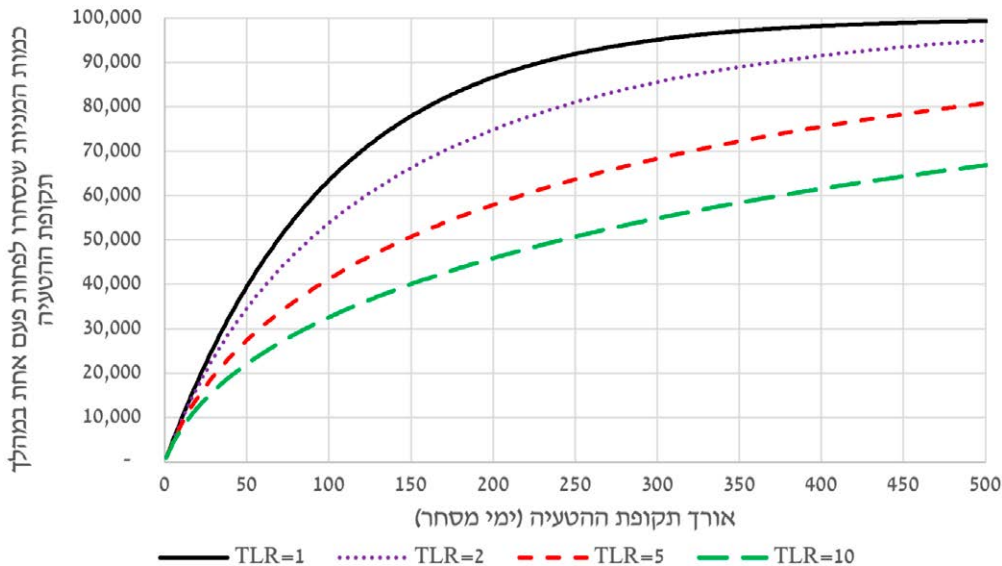
$$(9) V_{Retraded} = \frac{5 \times 100}{900 + 5 \times 100} \times 100 = 36$$

כמות המניות הנסחרות בפעם הראשונה בתקופת ההטעיה מחושבת או כהפרש בין מחזור המסחר היומי הכולל המוצג בעמודה (2) לבין כמות המניות הנסחרות בפעם השנייה או יותר בתקופת ההטעיה המוצגת בעמודה (4), או תוך שימוש במשוואה (8):

$$(10) V_{Newly Traded} = \frac{900}{900 + 5 \times 100} \times 100 = 64$$

נבדוק את התוצאות שהתקבלו. ה-Turnover Likelihood של המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה

איור 2: הדגמת התפתחות כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה



מודל ה-PTM הוא מקרה פרטי של מודל ה-ATM, כאשר מניחים $TLR = 1$.

Likelihood של המניות שנסחרו לראשונה במהלך תקופת ההטעיה, שהוא למעשה ה- TLR , עומד על 5.00 בכל אחד מימי המסחר (עמודה 10).

מהתיאוריה אל הפרקטיקה

למיטב ידיעתנו, לא קיים מודל תיאורטי לקביעת ערכו של ה- TLR . הערכה אמפירית של ערכי TLR היסטוריים אפשרית אך דורשת מידע שאינו ציבורי וקשה להשיגו. מניסיוננו, בפרקטיקה הישראלית מודל ה-ATM אינו נפוץ, והשימוש הרווח הוא במודל ה-PTM. אולם כפי שצינו לעיל, מודל PTM הוא למעשה מודל ATM שבו מניחים $TLR = 1$, ולכן ניתן לומר שבפרקטיקה בישראל נהוג להניח ש- $TLR = 1$. להערכתנו, במרבית המקרים זו הנחה לא סבירה. הנחה מתבקשת היא שה- $Turnover\ likelihood$ של המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה שווה ל- $Turnover\ likelihood$ של המניות שנסחרות לראשונה במהלך תקופת ההטעיה או גבוה ממנו. משמעות הנחה מתבקשת זו היא ש- $TLR \geq 1$. אם כך, וערך ה- TLR אכן יכול להיות שווה לרצף ערכים מ-1 ומעלה, לא סביר בעינינו שהוא יהיה שווה בדיוק ל-1 – הערך הקיצוני והקטן ביותר ברצף הערכים האפשריים. כלומר, ההנחה כי $TLR = 1$ היא הנחה שרירותית של ערך קיצוני בסקאלת הערכים האפשריים. יתרה מזאת, זו הנחה שנעשית באופן מובלע (implicit) מבלי שמשתמשי המודל

כפי שניתן לראות, לפי מודל ה-ATM יתרת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה שווה ל-429 מניות בסוף יום המסחר העשירי. לעומת זאת, אם ננישם את מודל ה-PTM, יתרת המניות שניזוקו בסוף יום המסחר העשירי שווה ל-651 מניות (ראו עמודה 7 בטבלה 1). בעקבות ההנחה כי $TLR = 5$, המודל הביא בחשבון מסחר חוזר (re-) של יותר מניות, ובהתאם קבוצת המניות שניזוקו קטנה יותר. נמחיש את השפעת ה- TLR המונח על קבוצת המניות שניזוקו באיור 2. בדוגמה זו נניח כי כמות המניות הזמינה למסחר עומדת על 100,000 מניות, וכי מחזור המסחר היומי עומד על 1,000 מניות. איור 2 מציג את התפתחות כמות המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה כתלות ב- TLR המונח. נזכיר כי כמות מניות זו היא למעשה כמות המניות הכלולה בקבוצת הנזק, שתקבע את הפיצוי לבעלי המניות.

כפי שמוצג באיור 2, ככל שנניח TLR גבוה יותר, כך קבוצת המניות שנסחרו לפחות פעם אחת במהלך תקופת ההטעיה תגדל באופן איטי יותר. כאשר אנו מניחים $TLR = 1$, מודל ה-ATM למעשה מתלכד עם מודל ה-PTM. במילים אחרות,

סיכום ומסקנות

במאמר זה עסקנו באחד האתגרים המשמעותיים בתהליך אמידת הנזק שנגרם לבעלי מניות במסגרת תביעה ייצוגית-הערכת מספר המניות שניזוקו. בהקשר הזה הצגנו שני מודלים לאמידת כמות המניות הזכאיות לפיצוי במסגרת תביעות ייצוגיות: מודל ה-PTM ומודל ה-ATM. ההנחה העיקרית במודל ה-PTM היא שכל אחת ממניות החברה שומינה למסחר ביום מסחר נתון כלשהו היא בעלת סיכוי זהה להיסחר, בין אם היא כבר נסחרה בעבר ובין אם לאו. מנגד, מודל ה-ATM מאפשר לנו להניח שלמניה שכבר נסחרה בעבר יש סיכוי גבוה יותר להיסחר שוב בהשוואה למניה שלא נסחרה בעבר. לכן מודל ה-ATM הוא מציאותי יותר ביחס למודל ה-PTM, ולדעתנו מסיבה זו מודל ה-ATM עדיף על מודל ה-PTM. בנוסף, מודל ה-ATM הוא כללי יותר ובעל יותר דרגות חופש, ולמעשה מודל ה-PTM הוא מקרה פרטי של מודל ה-ATM שבו אנו מניחים $TLR = 1$.

udilewko@mail.tau.ac.il
ronio@tauex.tau.ac.il

אודי לבקוביץ
פרופ' אהרון (רוני) עפר

דנים בה או מתייחסים אליה באופן מפורש (explicit) ולכן סבירותה מוטלת בספק.

עוד ראוי לציין שהן מודל ה-PTM והן מודל ה-ATM מתייחסים אל נתוני המסחר ברזולוציה יומית, ולמעשה מתעלמים מסוגיית המסחר התוך-יומי. במודלים שהוצגו לעיל התייחסנו אל מחזור המסחר היומי כאל מקשה אחת, וחילקנו אותו למניות שכבר נסחרו בעבר ולמניות שנסחרות לראשונה. יש לשים לב שההנחה הגלומה שהנחנו היא שכל מניה נסחרת פעם אחת במהלך יום המסחר, ושמחזור המסחר אינו כולל מניות שנסחרו יותר מפעם אחת במהלך יום המסחר. התייחסות לסוגיית המסחר התוך-יומי אפשרית, ולדעתנו דורשת ירידה לרזולוציה קטנה יותר מרזולוציה יומית. לדוגמה, ניתן לחלק את יום המסחר לשעות וליישם את מודל ה-ATM ברזולוציה שעתית. כלומר, במקום שהשורות בטבלאות 1 ו-2 שהצגנו לעיל תתייחסנה לימים, הן תתייחסנה לשעות (מה שכמובן יגרור מספר רב הרבה יותר של שורות בכל טבלה). יישום זה של מודל ה-PTM או מודל ה-ATM מניח שחלק מהמניות נסחרות מספר פעמים במהלך אותו יום מסחר. ניתן כמובן גם לחלק את יום המסחר לדקות או ליחידות קטנות יותר, אך התועלת מירידה לרזולוציות כה קטנות אינה ברורה. בכל אופן, למיטב ידיעתנו הרזולוציה הנפוצה בפרקטיקה בישראל ובעולם היא רזולוציה יומית.

רשימת מקורות

Furbush, D., and J.W. Smith. 1993. Estimating the number of damaged shares in securities fraud litigation: An introduction to stock trading models. *Bus. Law* 49: 527.

Koslow, J. 1991. Estimating aggregate damages in class-action litigation under rule 10b-5 for purposes of settlement. *Fordham Law Review* 59(5): 811–842.

McCann, C. J., and D. Hsu. 1998. Accelerated trading models used in securities class actions lawsuits. *Journal of Legal Economics*: 1–48.

Simmons, R. W., and R. C. Hoyt. 1993. Economic damage analysis in rule 10b-5 securities litigations. *Journal of Legal Economics* 3(1): 71–87.

חנס, ש. וא. קלמנט. 2013. חישוב הנזק בתובענה ייצוגית בגין הטעיה בניירות-ערך. *עיוני משפט, תשע"ג*, ל"ה: 702-639.